Hinweis: Lösungsskizze. Fokus: Randbedingungen, Vorzeichen, Kerngleichungen.

Aufgabe 1: Zustandsdichte und Trägerkonzentrationen

(a) $g_C(E) \propto \sqrt{E - E_\mathrm{C}}$ aus 3D-Zustandszählung (k-Kugel) und $E - E_\mathrm{C} \propto k^2$.

(b) Boltzmann:

$$n = \int_{E_\mathrm{C}}^{\infty} g_C(E) e^{-(E-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T} dE = N_C e^{-(E_\mathrm{C}-E_\mathrm{F})/k_\mathrm{B}T}.$$

(c) Nicht-degeneriert: $E_\mathrm{C} - E_\mathrm{F} \gtrsim 3k_\mathrm{B}T$ (bzw. $E_\mathrm{F} - E_\mathrm{V} \gtrsim 3k_\mathrm{B}T$).

Aufgabe 2: Dotierung mit Kompensation

(a) Neutralität: $p + N_D = n + N_A$. Mit $p = n_i^2/n$:

$$n^2 - (N_D - N_A)n - n_i^2 = 0.$$

(b) Lösung:

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D - N_A}{2}\right)^2 + n_i^2}, \qquad p = \frac{n_i^2}{n}.$$

Physikalisch: $n > 0$, daher "+"-Wurzel.

(c) Grenzfälle: (i) $|N_D - N_A| \gg n_i$: $n \approx N_D - N_A$ (n-Typ) und $p \approx n_i^2/(N_D - N_A)$. (ii) $N_D \approx N_A$: $n \approx p \approx n_i$ möglich (nahe intrinsisch trotz großer Dotierungen).

Aufgabe 3: Transport: Kontinuität und stationärer Fall

(a) Elektronen-Kontinuität (1D):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} + G_n - R_n.$$

(b) Stationär, $G_n = 0$:

$$\frac{\partial J_n}{\partial x} = qR_n \quad (> 0 \text{ falls } R_n > 0).$$

(c) $\partial J_n/\partial x > 0$: Strom nimmt in $+x$ zu; Interpretation: Nettoverlust an Elektronen durch Rekombination muss durch Stromdivergenz kompensiert werden.

(d) Mechanismen: SRH (Defekte) wichtig bei mittleren Trägerdichten/Defekten; Auger wichtig bei hohen Trägerdichten; radiativ wichtig in direkten Halbleitern.

Aufgabe 4: p–n-Übergang: Feld, Potential, Kapazität

(a)

$$\rho(x) = \begin{cases} -qN_A, & -x_p \le x \le 0 \\ +qN_D, & 0 \le x \le x_n \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

(b) Aus $dE/dx = \rho/\varepsilon_s$, mit $E(-x_p) = 0$, $E(x_n) = 0$:

$$E(x) = -\frac{qN_A}{\varepsilon_s}(x + x_p), \quad -x_p \le x \le 0, \qquad E(x) = \frac{qN_D}{\varepsilon_s}(x - x_n), \quad 0 \le x \le x_n.$$

(c) Kontinuität bei $x = 0$:

$$N_A x_p = N_D x_n, \qquad E_{\max} = \frac{q N_A x_p}{\varepsilon_s} = \frac{q N_D x_n}{\varepsilon_s}.$$

(d) Potential:

$$V_{bi} - V_a = \int_{-x_p}^{x_n} (-E)\, dx = \frac{q}{2\varepsilon_s}(N_A x_p^2 + N_D x_n^2).$$

(e) Mit $W = x_p + x_n$:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q}\left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D}\right)(V_{bi} - V_a)}, \qquad C' = \frac{\varepsilon_s}{W} \propto \frac{1}{\sqrt{V_{bi} - V_a}}.$$